

数学 (方程式と不等式)

<番号> 教材名(学習内容)

< 1 > 速算いろは	(因数分解の利用)	pp. 2 - 7
< 2 > 数を分類しよう	(有理数・無理数)	pp. 8 - 9
< 3 > ルート定規を作ろう	(平方根)	pp.10-11
< 4 > 標語を作ろう	(不等式の意味・性質)	pp.12-14
< 5 > 解き方フローチャート	(2次方程式の解法の理解)	pp.15-16

< 1 > 速算いろは

(1) 科目名と単元名

数学 「方程式と不等式」 < 整式 > < 実数 >

(2) 学習内容

ア 因数分解の活用

イ 実数計算の工夫

(3) 教材の目的

因数分解の有用性の感得

計算力の強化

(4) 指導時期案

因数分解 指導直後

授業時間が余った際

(5) 指導上の留意点

一度に教え過ぎないこと

【授業プリント例】

インド式に負けない

速算いろは

足し算

組み合わせの工夫 (10の束をつくる)

(例) $3 + 8 + 6 + 2 + 9 + 7 + 4$

同じ数の利用

(例) $5 + 9 + 4 + 5 + 4 + 9 + 5 + 4$

基準からの差の利用

(例) $78 + 83 + 81 + 77 + 85 + 76 + 77 + 84$

数列の和の利用

(例) $2 + 8 + 14 + 20 + 26 + 32$ $3 + 6 + 12 + 24 + 48 + 96$

筆算の工夫

(例)
$$\begin{array}{r} 9867 \\ + 8586 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5976 \\ + 6759 \\ \hline \end{array}$$

引き算

補数の利用

(例) $824 - 187 - 298 - 92$ $1000 - 99 - 89 - 192$

繰り下がり避ける (筆算)

(例)
$$\begin{array}{r} 652 \\ - 378 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8243 \\ - 3659 \\ \hline \end{array}$$

2桁の掛け算

< 因数分解の利用 >

$(a+b)^2$

(例) 31^2 52^2

$(x+a)(x+b)$

(例) 12×15 21×61 96×107

$(x+a)(x-a)$

(例) 32×28 98×102

$(x+a)^3$

(例) 13^3 21^3

$(a+b+c)^2$

(例) 112^2 213^2

共通因数でくくる

(例) $12 \times 21 + 12 \times 9$

$6 \times 17 + 6 \times 43$

分解する

(例) $35 \times 8 = 35 \times 2 \times 4$

$35 \times 16 =$

11から19までの2数かける

(例)
$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 16 \\ \hline 12 \\ 18 \\ \hline 192 \end{array}$$

2×6
 $2 + 6 + 10$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 15 \\ \hline \end{array}$$

概数の利用

(例) 23×19

16×59

10の位が同じで、1の位の和が10の場合

(例)
$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 34 \\ \hline 1224 \end{array}$$

$3 \times (3+1) \quad 6 \times 4$

$$\begin{array}{r} 71 \\ \times 79 \\ \hline \end{array}$$

1の位が同じで10の位の和が10の場合

(例)
$$\begin{array}{r} 63 \\ \times 43 \\ \hline 2709 \end{array}$$

$6 \times 4+3 \quad 3 \times 3$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 86 \\ \hline \end{array}$$

5の倍数を掛ける

(例) $1234 \times \underline{\underline{5}}$

$\times 10 \div 2$

3578×5

$7656 \times \underline{\underline{25}}$

$\times 100 \div 4$

8424×25

$536 \times \underline{\underline{125}}$

$\times 1000 \div 8$

488×125

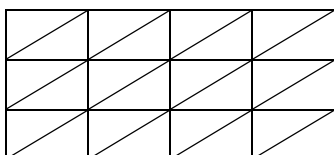
$12 \times \underline{\underline{35}}$

$\times 70 \div 2$

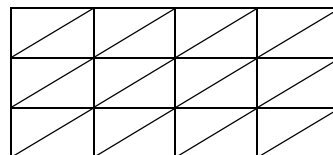
16×15

マス目掛け算

(例) 1234×567



3456×789



割り算

5の倍数で割る

(例) $450 \div 25 = 450 \div 100 \times 4$

$$1680 \div 35$$

1桁の積に分解できる数で割る

(例) $51444 \div 12$

割り切れるかどうかの判断

- | | | |
|--------|---------|-------|
| ・ 2の倍数 | ・ 8の倍数 | |
| ・ 3の倍数 | ・ 9の倍数 | |
| ・ 4の倍数 | ・ 10の倍数 | |
| ・ 5の倍数 | ・ 11の倍数 | 94754 |
| ・ 6の倍数 | | |
| ・ 7の倍数 | ・ 16の倍数 | |

検算

- ・ 1の位に注目する

(例) $12 \times 34 \times 28 \times 23 = 262753$

- ・ 概数で考える

(例) $23 \times 21 = 393$

$$120 \times 13 = 156$$

- ・ 九去法(9で割ったときのあまりで確認)

<各ケタの数の和で確かめる。(1ケタになるまで行う)(9=0)>

3623	6986
1218	- 3797
+ 1897	+ 5816
<hr/> 6738	<hr/> 9005

$$\begin{array}{r} 6986 \\ - 3797 \\ \hline 3189 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3746 \\ \times 286 \\ \hline 1071356 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9547 \\ \times 6849 \\ \hline 65397403 \end{array}$$

練習問題

問 (1) 33×37

(2) 42×62

(3) 14×17

(4) 23×99

(5) 93×107

(6) 12^3

(7) $2 + 5 + 3 + 7 + 8 + 4$

(8) $612 - 97 - 92$

(9) 16^2

(10) 24×25

(11) $32400 \div 12$

(12) 21×31

(13) $7465 + 2897$

(14) $5132 - 3948$

(15) 27×23

(16) 12×19

(17) 113^2

(18) 12×29

(19) 3541×9137

(20) $53 + 51 + 48 + 56$

(21) $1 + 5 + 9 + 13 + 17 + 21$

(22) $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64$

(23) 56^2

(24) 31×33

(25) 63×67

(26) 45×43

(27) $8 \times 7 \times 5 \times 15$

(28) $9 + 99 + 999 + 9999$

(29) 56×25

(30) $38 \times 72 + 72 \times 62$

(31) 19×45

(32) 21×29

(33) 29×31

(34) 16×125

(35) 16×18

(36) 23^2

(37) 13×19

(38) 61×41

(39) 32×22

(40) 21×29

(41) 3の倍数を選べ $1236 \cdot 3456$

(42) 4の倍数を選べ $4924 \cdot 7708$

(43) 6の倍数を選べ $1357 \cdot 2346$

(44) 8の倍数を選べ $9040 \cdot 9992$

(45) 9の倍数を選べ $1251 \cdot 9128$

(46) 11の倍数を選べ $1291 \cdot 8241$

・間違っている計算があれば訂正しなさい。

(47) $12 \times 34 \times 3 \times 81 = 99143$

(48) $297 \times 21 = 5237$

(49) $5142 \times 2314 = 11898588$

(50) $234 \times 123 = 2888$

< 2 > 数を分類しよう

(1) 科目名と単元名

数学 「方程式と不等式」 <実数> (整式)

(2) 学習内容

ア 有理数・無理数 (単項式・多項式)

(3) 教材の目的

オープンエンドな発問による，多くの生徒を対象とした動機付け
多面的な見方に触れさせること
出された意見の正当性に関する議論活動

(4) 指導時期案

実数 (整式) 導入時

(5) 指導上の留意点

新出事項とその特徴が多数の意見に埋没しないようにすること

【授業プリント例】

問. 次の数字群の中から同じ特徴を持ったものを選び出し、グルーピングしなさい。なお、グルーピングした際に注目した特徴を下の () 内に記入しなさい。

数字群： $\frac{5}{2}$, $-\sqrt{2}$, -9 , 0.12 , $\sqrt{6}$, $\frac{1}{3}$, $-1.37537537\dots$, 0 , 5 ,
 $\sqrt{3}$, $-\frac{1}{4}$, 3.25 , $\frac{1}{7}$, 7 , $0.6666\dots$, 1 , -2.5 ,

例

グループ 1

() ()

グループ 2

グループ 3

() ()

グループ 4

グループ 5

() ()

グループ 6

グループ 7

() ()

⋮

文字群の場合

文字群 $2x^2$, $7ab+3b^3$, 5 , $3pq$, $-2y^3$, 12 , $7xyz$, $5a^2b - 3xy+2y^3$, $4z^3$, $-8x^2$,
 xy^2+4xy , x , $12pq$, $3x^2$, -9 , $10p$, $3y^3$, $-x+4p^2q^2$, $6z$, xy^3 , $7x^4$

< 3 > ルート定規を作ろう

(1) 科目名と単元名

数学 「方程式と不等式」 < 実数 >

(2) 学習内容

ア 平方根

(3) 教材の目的

平方根に対する認識の深化

(「循環しない無限小数」も実世界に長さが存在すること)

(長さのイメージ, 大小関係 等の認識)

(4) 指導時期案

平方根導入時

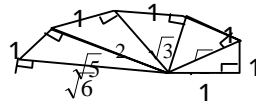
(5) 指導上の留意点

作図方法が生徒から出てこない場合の誘導法の準備

【授業展開例】

$$\sqrt{2} = (\quad \quad \quad)$$

- 1 循環しない無限小数であることの確認
- 2 この長さはこの世に存在するか、問いかける
(予想活動。「循環しない無限小数」という不明確な値が本当に存在するのかに焦点をあてる)
- 3 存在することの確認
- 4 今日は $\sqrt{2}$ という長さを目に見えるようにすることを目標にすることの確認
- 5 作図方法を考えるよう、問いかける
- 6 1辺の長さが1の正方形の対角線の長さとなることの確認
- 7 $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ の作図方法を考えるよう、問いかける
- 8 これらをまとめると、次のように、ルートの長さを含んだ定規ができることを確認
(厚紙で実際に作成させてもよい)
($\sqrt{4}$ が2であることや, $\sqrt{2}$ と $\sqrt{3}$ が1と2の間の数であることなども図を通して認識させることができる)



< 4 > 標語を作ろう

(1) 科目名と単元名

数学 「方程式と不等式」 < 不等式 >

(2) 学習内容

ア 不等式の意味・性質

(3) 教材の目的

不等式の意味の認識の深化

数学的な表現のよさの感得

(4) 指導時期案

不等式導入時

(5) 指導上の留意点

不等号の性質上，離散量よりも連続量を取り上げたほうがよい

【授業プリント例】(実際の実践時は()の部分は消しておいた)

不等式

・年齢・身長等の制限があるもの

(例) (飲酒, 喫煙, 結婚, 選挙権, ジェットコースター ... 等)

「(ジェットコースター)」に注目!

(身長が 120 cm) にならないと(ジェットコースターには乗れない), という意味の標語をつくろう!

・「(身長が 120cm 未満の方は, このジェットコースターには乗れません) 」

・「(このジェットコースターに乗れるのは, 身長が 120cm 以上の方だけです。)」

・「」

・「」

・「」 etc..

「(x 以下)」「(x 以上)」 (<u>x を含んで</u> x より小さい, <u>x を含んで</u> x より大きい)
「(x 未満)」「(x より小さい)」「(x より大きい)」 (<u>x を含まずに</u> x より小さい, <u>x を含まずに</u> x より大きい)

・以上より, ジェットコースターに乗れる人の身長を x とすると, x のとりうる値には
(120, 125, 163, ...) などがある。これら x のとりうる値をすべてまとめて,
($x \geq 120$) という表現で表すことができる。

(x は 120 以上のすべての数) ($<$, $>$, \leq , \geq などの記号を不等号という)

問 1. ジェットコースターに乗れない人の身長を y cm とすると y のとりうる値の範囲を不等号を用いて表しなさい。

答 ($0 < y < 120$)

問 2. 1 の位を四捨五入して 50 になる数字 z を, 不等号を用いて表しなさい。

答 ($45 \leq z < 55$)

以上のことより, $x > a$ (a は定数) (または, $x < a$ (a は定数)) という表現によって,

a より大きい (a より小さい) 全ての数をまとめて表すことができる。

また, $x \geq a$ (a は定数) (または, $x \leq a$ (a は定数)) という表現によって,

a 以上 (a 以下) の全ての数をまとめて表すことができる。

これら, 不等号の含まれた式を (不等式) と呼ぶ。

不等式を満たす値

・「 $x - 4 > 20$ 」を満たす x を求めなさい。 $x = (\underline{\hspace{2cm}} 25, 30, 35 \dots \hspace{2cm})$ など。
まとめて書くと ($x > 24$)
式変形で求めると ($x - 4 > 20$)
($x - 4 + 4 > 20 + 4$)
($x > 24$)

・「 $\frac{1}{2}x - 15$ 」を満たす x を求めなさい。 $x = (\underline{\hspace{2cm}} \hspace{2cm})$ など。
まとめて書くと ()
式変形で求めると

・「 $2x + 10 > 50$ 」を満たす x を求めなさい。 $x = (\underline{\hspace{2cm}} \hspace{2cm})$ など。
まとめて書くと ()
式変形で求めると

・「 $-x > -26$ 」を満たす x を求めなさい。 $x = (\underline{\hspace{2cm}} \hspace{2cm})$ など。
まとめて書くと ()
式変形で求めると

・「 $-3x + 1 < 7$ 」を満たす x を求めなさい。 $x = (\underline{\hspace{2cm}} \hspace{2cm})$ など。
まとめて書くと ()
式変形で求めると

上記の x のように、不等式を満たす限られた値を、その不等式の(解)と呼ぶ。また、この不等式の (解)を求めることを、(不等式を解く)という。

上記のように、不等式は式変形によって解くことができるが、その際に以下の不等式の性質に注意する必要がある。

『 $a < b, b < c$ ならば, $a (<) c$ 』

不等号をまたいで移行可能である。

『 $a < b$ ならば, $a + c (<) b + c, a - c (<) b - c$ 』

(例) 「 $x + 2 > 5$ 」 (「 $x + 2 - 2 > 5 - 2$ 」) 「 $x > 5 - 2$ 」 「 $x > 3$ 」

正の数をかける (正の数で割る) と、不等号の向きは変わらない。

負の数をかける (負の数で割る) と、不等号の向きが変わる。

『 $a < b, m > 0$ ならば, $ma (<) mb$ 』

『 $a < b, m < 0$ ならば, $ma (>) mb$ 』

(例) 「 $2x \leq 6$ 」 「 $2x \div 2 \leq 6 \div 2$ 」 (「 $2x \times \frac{1}{2} \leq 6 \times \frac{1}{2}$ 」) 「 $x \leq 3$ 」

「 $-x < -3$ 」 「 $-x \times (-1) < -3 \times (-1)$ 」 「 $x > 3$ 」

< 5 > 解き方フローチャート

(1) 科目名と単元名

数学 「方程式と不等式」 < 2次方程式 >

(2) 学習内容

ア 2次方程式の解法の理解

イ 判別式の理解

(3) 教材の目的

2次方程式の解法の構造的理解

2次方程式の解の公式と判別式の統合的理解

(4) 指導時期案

2次方程式の解法と平行して指導

単元終了後のまとめ

(5) 指導上の留意点

解法に習熟しないうちに一般化しすぎないこと

二次方程式の解き方フローチャート

