数学Ｉ（図形と計量）

＜番号＞ 教材名（学習内容）

＜1＞ 車椅子に最適の角度は？

（1）科目名と単元名

数学Ｉ「図形と計量」<鋭角の三角比>

（2）学習内容

ア 三角比の値と三角比の表との対応

（3）教材の目的

① 車椅子体験を通じた心の教育

② バリアフリーに関する理解の深化

③ 三角比の有用性の感得

（4）指導時期案

① 三角方程式及び三角比の表の使用方法 指導後

（5）準備物

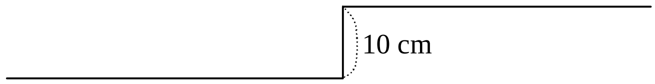
車椅子，板（約１８０ ㎝），メジャー

（6）指導上の留意点

① けが人がでないようにすること

② 遊びにならないようにすること

【 授業展開例 】



1　上記のような教壇の段差に対して，地面との角度がどのくらいのスロープを作成すれば，車椅子でも楽に登れるかについて問いかける。

2　はじめに予想する時間を設ける。

3　実際に教壇に板をかけ，車椅子で登らせてみて，楽に登れるスロープを体験的に発見させる。
（板の下には滑り止めのクッションをかませる）
（スロープを登る際には左右に補助をつける）

4　体験的に発見したら，そのときの板の接地点から教壇の下までの距離を計り，三角比を利用して，地面との角度が何度であったか求めさせる。また，はじめの予想と対比させる。

5　バリアフリー住宅設計基準においては，スロープの勾配が『屋外では１／１５以下，屋内では１／１２以下』と定められており，これを地面との角度に直すと，『４度～５度弱』になることを確認する。

6　「はじめの予想」，「体験的に発見した値」，「バリアフリー基準」を対比させ，「予想や発見した値とバリアフリー基準が異なる」事態が生じた理由について考えさせる。
（見る角度と体感する角度の間に差があることや，誰もが登れるスロープにしなくてはならないこと，等を確認する。）

※　スロープを自力で登る体験だけでなく，他人に押してもらい坂を上る体験や下る体験もさせたい。この活動を通じて，乗っている側はゆっくり押してもらうほうが安心できることや，坂を下る場合は乗っている者に予想以上の恐怖心が伴うことなども伝えたい。

<２> この山からどこまで見える？

（1）科目名と単元名

数学Ⅰ「図形と計量」<鋭角の三角比>

（2）学習内容

ア 三角比の値と三角比の表との対応

（3）教材の目的

① 三角比の有用性の感得

② 数学への興味・関心を高めること

③ 解の意味の解釈活動の導入

（4）指導時期案

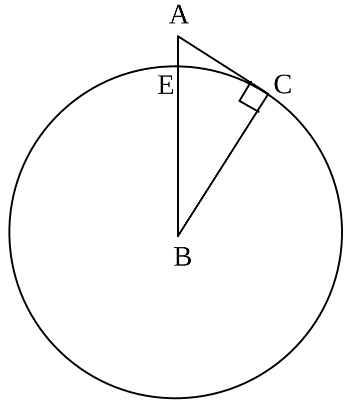
① 三角方程式及び三角比の表の使用方法指導後

② （弧度法を用いた解答を利用する場合，数学Ⅱの三角関数指導後）

（5）準備物

学校近隣の地図，広域地図

※ 授業展開例



1　学校の近隣地図を用意し，近所の山を１つ選択する。

2　その山の頂上からどこまでの景色が見えるか予想させる。

3　次の段階を踏み，解答を求めさせる。

（地球の半径は 6400km とする。）

①ノーヒント

②右図の提示

③求め方のヒントの提示

4　さまざまな求め方の発表

5　広域地図を利用し，求めた値を基に，実際にどのあたりまで見えるかを確認する。

＜3＞ 校舎の高さを求めよう！

（1）科目名と単元名

数学Ⅰ「図形と計量」＜鋭角の三角比＞

（2）学習内容

ア 三角比の値と三角比の表との対応

（3）教材の目的

① 屋外での活動の導入

② 三角比の有用性の感得

③ 問題に対する興味・関心の向上

④ 計算で導いた解の正確さの検証活動の導入

（4）指導時期案

① 三角方程式及び三角比の表の使用方法指導後

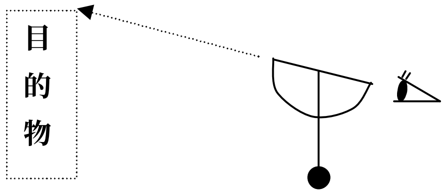
（5）準備物

メジャー・観測道具（分度器に糸とおもりをつけたもの）

（6）指導上の留意点

校舎の代わりに木の高さ等を求めてもよいが，実際の高さと比較する活動が困難となる

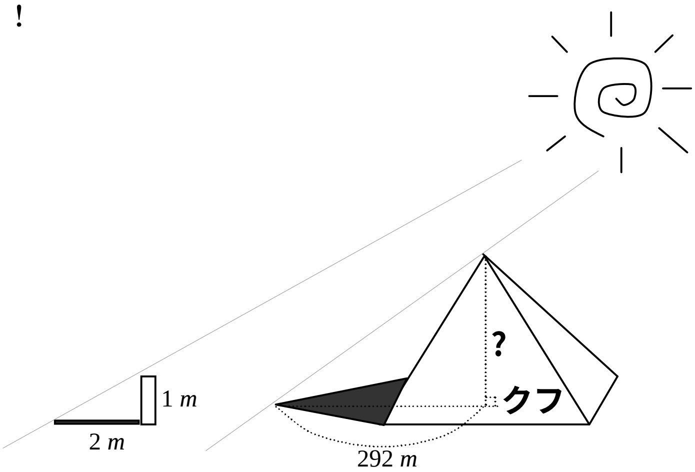
【 授業展開例 】

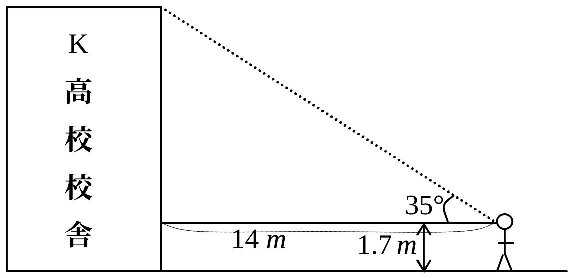


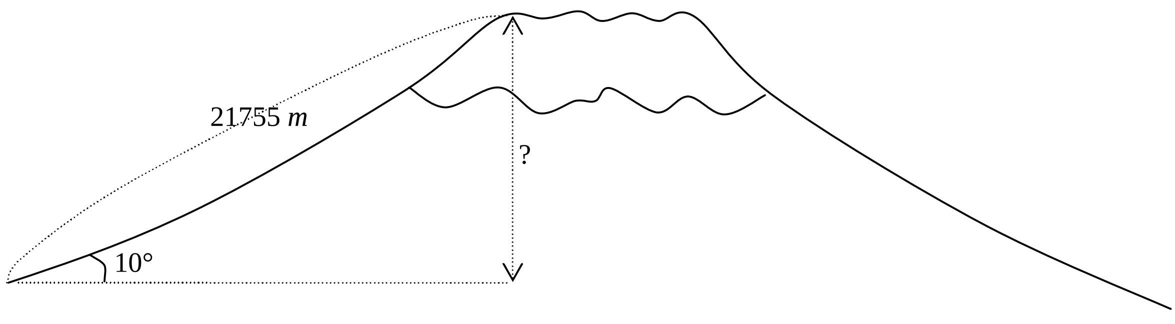
1　観測道具を各自作成させる。
2　観測道具とメジャーを持たせ，数人１組で学校外での観測をさせる。
3　観測結果を基に，校舎の高さを三角比を用いて計算させる。
4　自分達の計算結果と実際の校舎の高さを比較する。
（観測でほぼ正確な値が求まることや，観測には多少誤差が入ることなどを確認する。）

（測定する時間がない場合は，以下のように，予め教材を準備することも考えられる。）

Q. 次のものの高さを求めてみよう！







＜4＞ 法則を探せ！

（1）科目名と単元名

数学Ⅰ「図形と計量」＜三角比の相互関係＞

（2）学習内容

ア 三角比の相互関係

（3）教材の目的

① 帰納的に法則を見出す力の育成

② 出された意見の正当性に関する議論活動

③ 三角比の相互関係に関する定理の理解の深化

（4）指導時期案

①三角比の相互関係導入時

（5）指導上の留意点

新出事項とその特徴が多数の意見に埋没しないようにすること

【 授業展開例 （45 分授業の場合）】

時間(分)	指導内容 (下線部は生徒に答えを問う)	指導上の留意点
導入 (10) 三角比の学習意義と値の求め方の確認	・始めに三角比とは，測量など，日常的な生活にも利用されている概念であったことを確認する。(5 分程度) ・プリント 1 を配布し，表の空欄部分の値を埋めさせる。 展開 1 の活動時に生徒が関係に気づきやすいように，$\sin^2\theta$, $\cos^2\theta$, $\tan^2\theta$, $\frac{1}{\tan\theta}$, $\frac{1}{\tan^2\theta}$ の値も載せている。	・三角比を学習することの意義を再認識させる。 ・三角比の値の求め方の確認をする。 0°, 90°, 180°の三角比の値には特に注意する。
展開 1 (15) 各班で表を分析させ，関係に気づかせる	・机を移動させ，4, 5 人組の班を作らせる。 ・表を分析して気づいたことをプリント 2 に記入するように指示する。また，後で時間をとって発表してもらうので，発表者を決めておくように指示する。 ・活動を開始させ，その間，机間指導する。	・班に番号をつける。 ・分析の視点の例として，「どこかとどこかの値が一緒である」，「どこかとどこかの値を足したらこうなる」等の視点をあらかじめ与える。 ・発表する生徒は，前回発表した生徒以外を選ぶように伝える。 ・気づいたことは 4 人で発表しあい，共有・定式化するように伝える。 ・何も気づかないような班には，視点のヒントを与える。(班ごとに異なる関係のヒントを与える。)
展開 2 (15) 気づいた関係の発表	・各班順番に，先ほどの活動の中で気づいたことを挙げさせる。 ☆発表が予想される関係 ・各象限ごとの三角比の値の正負 ・90°－θの三角比 ・180°－θの三角比 ・$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ ・$1+\tan^2\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}$ ・$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ ・$0\leqq\sin\theta\leqq1$, $-1\leqq\cos\theta\leqq1$, $\tan\theta\to\infty,-\infty$	・生徒が挙げた関係について，「①同一の三角比内部($\sin\theta$ 同士の関係など)での関係なのか，他の三角比との関係($\sin^2\theta$ と $\cos^2\theta$ との関係など)なのか ②同一の角度間で成り立つ関係なのか，他の角度間で成り立つ関係なのか ③その関係が成り立つ角度が限られているのか，全ての角度に対して成り立つ関係であるのか」などを確認することで，各関係の特徴を理解させるとともに，自分がどのように表を分析していたのかを認識させ，分析の視点の習得をねらう。さらに，それにより新しいアイディアを生みやすくする。 ・発表されたアイディアはその場で定式化する。
まとめ(5) 本時を通して分かったことの確認	①三角比の間には様々な関係が成り立つことの確認 ②それぞれの関係の特徴の確認 ③1 つの表を分析する際の視点が様々あることの確認 ・次の時間は，残りの班に発表してもらうことを伝え，終了する。	・生徒に本時を通して感じたことを述べさせ，1 時間を振り返らせる。

【 授業プリント例 】

●プリント 1（三角比の表）

θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin\theta$	0		$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$		$\frac{1}{2}$	0
$\cos\theta$		$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$		-1
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$		$\sqrt{3}$			-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\frac{1}{\tan\theta}$		$\sqrt{3}$		$\frac{1}{\sqrt{3}}$			-1	$-\sqrt{3}$	

θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin^2\theta$	0		$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{3}{4}$		$\frac{1}{4}$	0
$\cos^2\theta$		$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$		1
$\tan^2\theta$	0	$\frac{1}{3}$		3			1	$\frac{1}{3}$	0
$\frac{1}{\tan^2\theta}$		3		$\frac{1}{3}$			1	3	

●プリント 2（気づいたこと）

＜5＞ どこから蹴る？

（1）科目名と単元名

数学Ⅰ「図形と計量」＜鈍角の三角比＞

（2）学習内容

ア 三角比と方程式

（3）教材の目的

① 三角方程式の有用性の感得

② 数学的な解決が判断基準となる活動の導入

（4）指導時期案

① 三角方程式 導入時

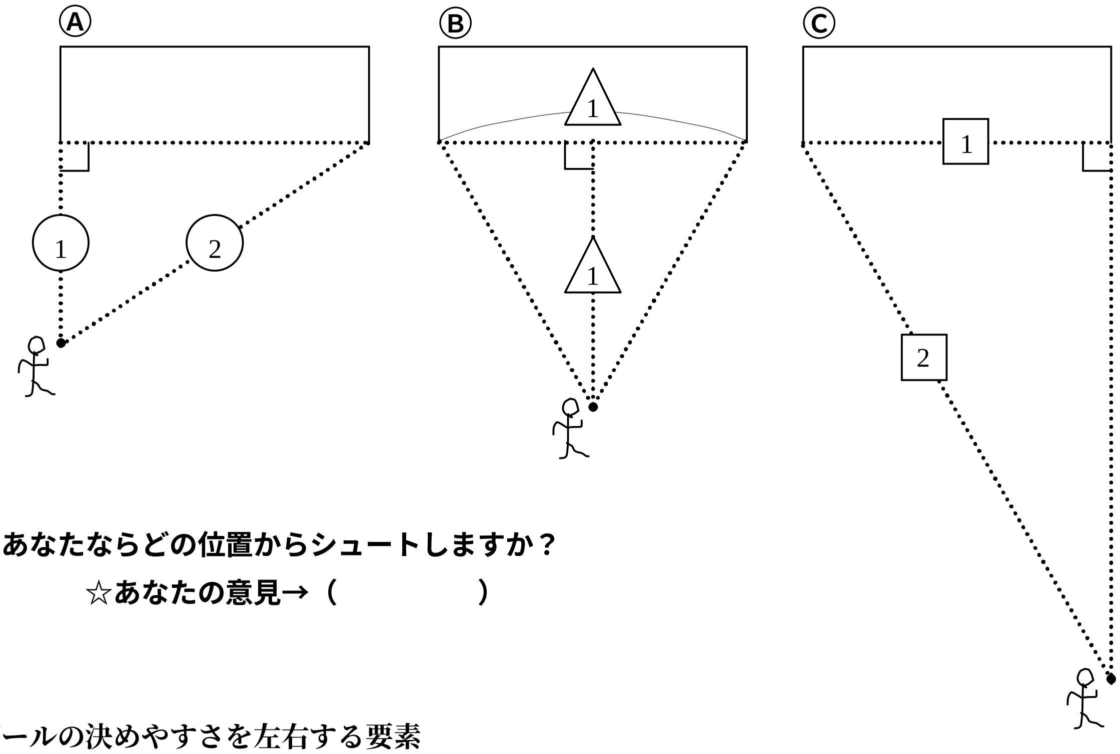
② 三角方程式 指導後

【授業展開例（45 分授業の場合）】

時間(分)	指導内容（下線部は生徒に答えを問う）	指導上の留意点(下線部は生徒に答えを問う）
導入 (8) 問題意識の喚起	・机をグループにする。(1 分) ・今回は数学を用いてサッカーを分析することを告げる。 ・フリーキックの蹴る位置をⒶ，Ⓑ，Ⓒから選んでよいとき，自分ならばどの位置から蹴るか選ばせる。(1 分) ・数人に，自分の答えと，どのような基準でその場所を選んだのかについて答えさせる。(5 分) ・今回は「ゴールに対する角度」を基準として考えていくことを告げる。 ・ゴールに対する角度を基準として比較した場合，自分ならどの位置から蹴るかをプリントに記入させる。(1 分)	・常に助け合う環境を作らせる。私語に注意する。 ・自分の意見をプリントに記入させる。 ・生徒の言葉のまま取りあげ板書する。「Ⓑ正面が蹴りやすいから」，「Ⓐゴールにより近いから」などの意見が考えられる。 ・「どのようにしたらゴールに対する角度の広さを比較･判定できるのか」という問題意識を持たせる。
展開 1 (17) 三角方程式の解法と解の意味づけ	・Ⓐ，Ⓑ，Ⓒそれぞれの蹴る位置からゴールに対してできる角度を θ_1，θ_2，θ_3 とし，三角方程式を立式する。(7 分) Ⓐ $\cos\theta_1=\frac{1}{2}$　Ⓑ $\tan\frac{\theta_2}{2}=\frac{1}{2}$　Ⓒ $\sin\theta_3=\frac{1}{2}$ ・解（θ_1，θ_2，θ_3 の値）を求める。(7 分) ・導いた解の解釈をし，結論を導かせる。(3 分)	・まずはⒶについて立式の考え方を示し，残りは，Ⓒ→Ⓑの順番で生徒に考えさせる。 ・まずは θ_1 について解法を示し，その後 θ_3 について生徒に考えさせ，再度，θ_2 について解法を示す。常に, 今何を求めているのかをしっかり意識させておく。 ・$0<\theta_1<\frac{\pi}{2}$，$0<\theta_3<\frac{\pi}{2}$， $0<\theta_2<\pi$ にも留意する ・導いた θ_1, θ_2, θ_3 が，Ⓐ，Ⓑ，Ⓒそれぞれのゴールに対する角度であることを理解させる。
展開 2 (5)	・問を解かせる。(5 分)	・余裕があれば $\cos\theta$ の値のままでの比較による解法も行う ・解の意味をしっかり解釈させる。 ・解決後，「三角方程式を解く」こととは，「その式を満たす θ の値を求めること」であると確認する。
展開 3 (10) 抽象化された問題	・具体を捨象した問題（教科書の例題）を提示し，解決させる。その際，次のように段階を踏んで行う。 ① $\sin\theta=\frac{1}{2}$ （$0\leqq\theta\leqq2\pi$）　(4.5 分) ② $\sin\theta=\frac{1}{2}$　(5 分)	・問題の本質と解法は先ほどと全く同じであることを強調する。 ・変域のみ先ほどと異なることを見抜かせる。 ・変域の表示がなくなると一般角で考える必要があることを理解させる。
まとめ (5) 本時の重要ポイントとわからなかったことの確認	・本日は三角方程式の解法と，それを活用できる状況について学んだことを確認する。(1 分) ・本時内で「重要であると感じた部分」，「分からなかった部分」「本日の授業の４段階評価」について記入させ，回収する。(4 分)	・時間があれば発表させる。 ・各生徒，自分なりに本日の要点の確認と自己分析を行う。 ・形成的評価と４段階評価を次時に活かす。

【授業プリント例】

※ **どこから蹴る？**



★ あなたならどの位置からシュートしますか？

☆あなたの意見→（　　　　　　）

・ゴールの決めやすさを左右する要素

→（　　　　　　　　　　）に注目した場合，どの位置が有利であるか検証！

☆あなたの予想　→　（　　　　　）が一番有利である！

☆ それぞれ，蹴る位置からゴールに対する角度を θ_1, θ_2, θ_3 とすると，それぞれの角度は次のようにして求めることができる！

・Ⓐの場合

(式)

(答)＿＿＿＿＿＿＿＿＿

・Ⓑの場合

(式)

(答)＿＿＿＿＿＿＿＿＿

・Ⓒの場合

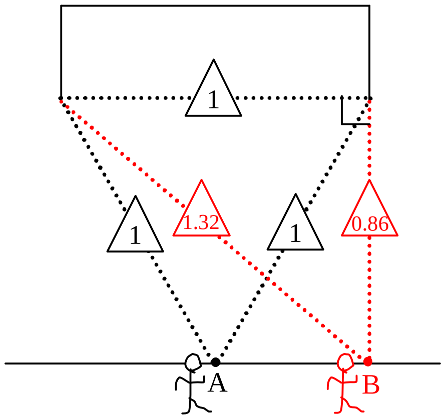
(式)

(答)＿＿＿＿＿＿＿＿＿

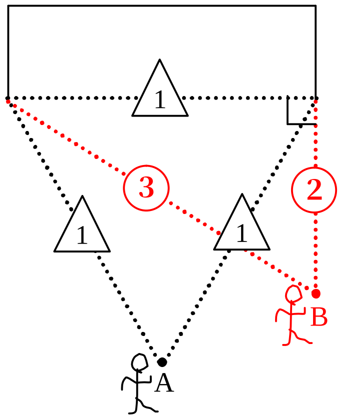
★ よって，ゴールに対する角度で判断すると，(　　　　　)が一番有利である！

㊞ ゴールに対する角度に関して A の位置と B の位置のどちらが有利であるか，計算して求めなさい。

(1)



(2)



※以上より，「三角方程式を解く」こととは，（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）ことである。

＜例題 4＞ (1) $0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ のとき，方程式 $\sin\theta = \dfrac{1}{2}$ を満たす θ の値を求めなさい。

(2)　　　　　　　　　　　　方程式 $\sin\theta = \dfrac{1}{2}$ を満たす θ の値を求めなさい。

＜6＞ 事務所をどうする？

（1）科目名と単元名

数学Ⅰ「図形と計量」＜正弦定理と余弦定理＞

（2）学習内容

ア 正弦定理

（3）教材の目的

① 正弦定理の有用性の感得

② 計算で導いた解の正確さの検証活動の導入

（4）指導時期案

① 正弦定理指導後

【授業プリント例】（実践時は，各 Step をクリアするごとに次の Step の問いを渡した。）

※「事務所をどうする？」（個人用シート）

- **各 Step の課題は，班長が読み上げ，全員が個人用シートに記入しよう。**
- **全員が協力して課題に取り組もう。(予測用ｽﾍﾟｰｽは，各自の考えをまとめるために自由に使用してよい。)**
- **全員の答えがまとまったら，班用シートに記入し，教卓に持ってこよう。**
- **正解したら，Step ごとに，各自のシートに答えを書き込もう。(自分が後で見て分かるように書き込む)**

Step 1. ３点 A, B, C (３人の家の位置) を紙の上にとりなさい。

＜ ※ 同一直線上にならないようにとる。＞

Step 2. ３点 A, B, C (３人の家の位置) から等距離にある点 P (事務所の位置) を，作図しなさい。

予測用スペース

答　え

Step 3.（３点 A, B, C (３人の家の位置) と 点 P (事務所の位置) は，図形的にどのような関係にあるか答えなさい。）

予測用スペース

答　え → (　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

Step 4.（３人の各家から事務所までの距離を求めるためには, 何の定理を用いることが有効か, 答えなさい。）

予測用スペース

答　え → (　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

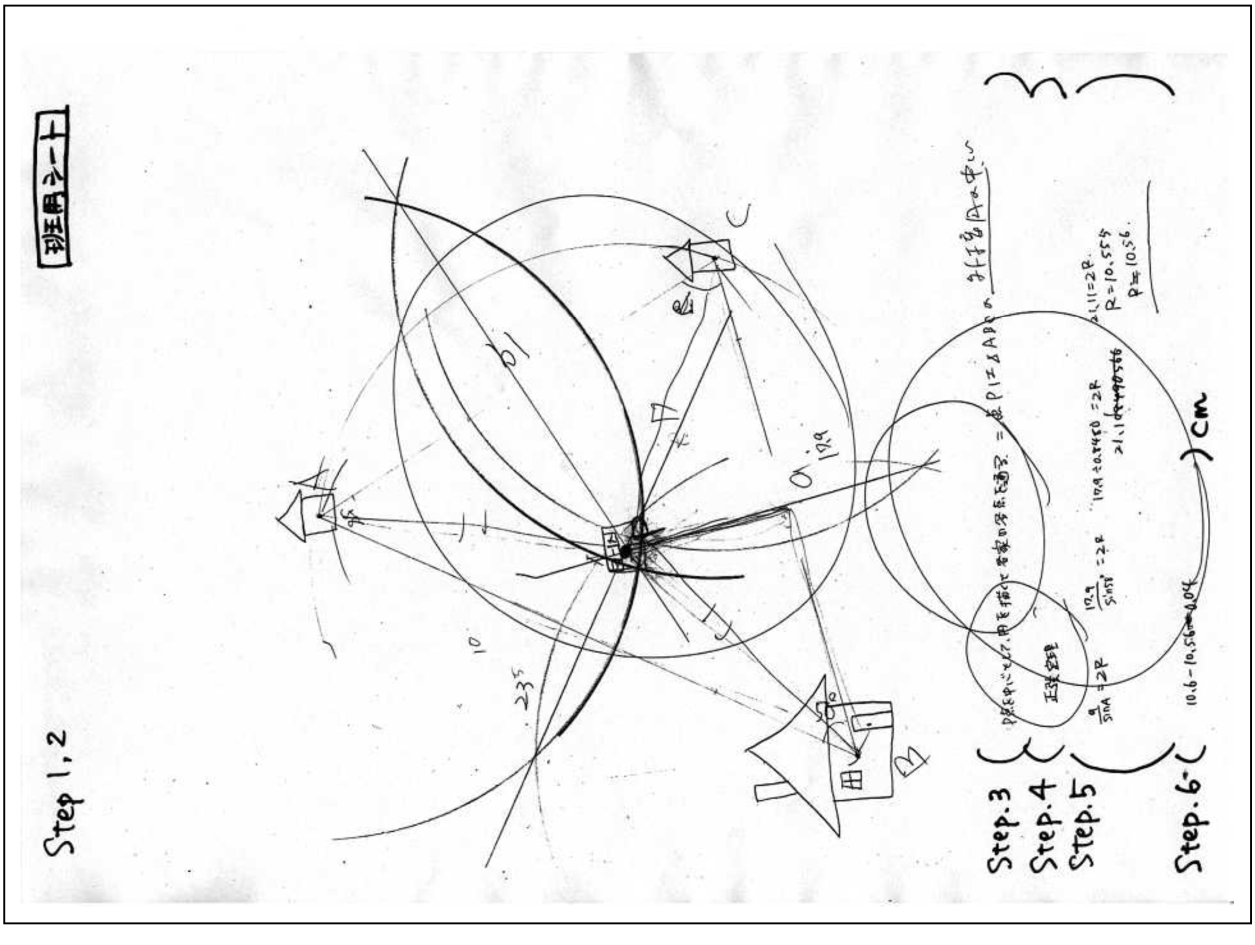
Step 5.（分度器・定規 並びに正弦定理を利用して，３人の各家から事務所までの距離を求めなさい。）

予測用スペース

答　え

Step 6.（計算して求めた値と，実際に定規で測った値との誤差を求めなさい。）

誤　差 ＝ (　　　　　　　　　　　　) cm



＜７＞ Whose pyramid？

（１）科目名と単元名

数学Ⅰ「図形と計量」＜正弦定理と余弦定理＞

（２）学習内容

ア 余弦定理

（３）教材の目的

① 余弦定理の有用性の感得

② 単純化の考え方のよさの感得

③ 得られた解を基にした判断活動の導入

（４）指導時期案

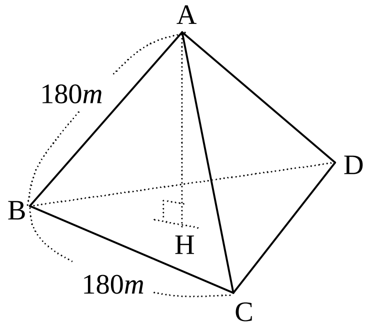
① 余弦定理指導後

（５）指導上の留意点

① 単純化の考え方のよさを伝えるために，１辺１８０ｃｍで計算させた後，１辺を１ｃｍに単純化して計算する方法を示す。結論が同じになることも強調する。

【 授業プリント例 】

※ 「**Whose pyramid？**」



右図のようなピラミッドがある。
形は，1辺の長さが 180*m* の正四面体 ABCD である。
このピラミッドの頂点 A から，底面 BCD に垂線 AH を下ろす。
このとき，次の問いに答えなさい。

Q1. **正四面体の１つの面はどのような形をしているかを答えなさい。**

Q2. H **が三角形** BCD **の外接円の中心となることを証明したい。**
→ BH＝CH＝DH **がいえればよい。**
→ △ABH≡△ACH≡△ADH **がいえればよい。**
⇒ △ABH≡△ACH≡△ADH **を証明しなさい。**

単純化した場合の解答を記入させる。

Q3. △BCD **に正弦定理を用い，** BH **の長さを求めなさい。**

Q4.「Q3」**の結果を利用して，ピラミッドの高さ（**AH **の長さ）を求めなさい。**

Q5.「Q4」**の結果より，このピラミッドは次のうち誰のピラミッドであるかを特定しなさい。**

王名	ピラミッドの高さ
クフ王	約 146 *m*
カフラー王	約 143 *m*
メンカウラー王	約 65 *m*

＜↑ エジプト三大ピラミッド＞

Q6. **このピラミッドの体積を求めなさい。**

＜8＞ ホントに平等？

（1）科目名と単元名

数学Ⅰ「図形と計量」＜図形の計量＞

（2）学習内容

ア 図形の面積

（3）教材の目的

① 三角比及び数学の有用性の感得

② 数学を利用した比較・証明活動の導入

③ 得られた解を基にした判断活動の導入

（4）指導時期案

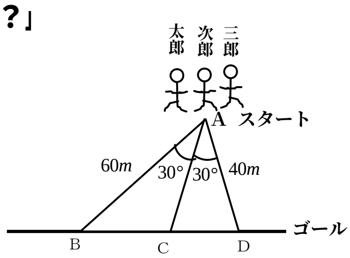
① 三角比を利用した三角形の面積指導後

（5）指導上の留意点

① 最初の証明活動でのつまずきにより，後半部分の指導への影響が出ないよう留意する

【 授業プリント例 】

※ 「ホントに平等？」



氏名	100*m* 走タイム
太郎	12 秒 00
次郎	15 秒 00
三郎	18 秒 00

3人が上記のコースを利用して徒競争をする。

太郎選手は線分 AB 上を，次郎選手は線分 AC 上を，三郎選手は線分 AD 上を，それぞれ走る。このとき，AB＝60*m*，AD＝40*m*，∠BAD＝60°，AC は∠BAD の二等分線であるとする。
各選手の 100*m* 走のタイムは右上の表のとおりであり，全員 100*m* 間一定の速さで走ることができるとする。
このとき，次の問いに答えなさい。

Q1. 100*m* 走のタイムに基づいて，ほぼ同じ時間でゴールできるように，走る距離を決定したとする。
このとき,太郎選手と三郎選手の走る距離は公平であるといえるか。適切なものに○をつけなさい。
また，その根拠を，計算を利用して述べなさい。

＜　いえる　・　いえない　＞

＜根拠＞

Q2. 次郎選手の走る距離が，他の２人と公平であるためには，その距離が何 *m* となればよいかを答えなさい。

Q3. ３人が走る敷地 (△ABD)の面積を求めなさい。

Q4. 次郎選手の走る距離を x *m* とおくとき，太郎選手 および 次郎選手の走る敷地(△ABC)の面積と，次郎選手 および 三郎選手の走る敷地(△ACD)の面積を，それぞれ，x を用いて表しなさい。

Q5.「Q3･Q4」の結果を利用して，x の長さを求めなさい。

Q6.「Q5」の結果より，次郎選手の走る距離は他の２人と比べてどうであったか，適切なものに○をつけなさい。
また，その根拠を，計算を利用して述べなさい。

＜　有利　・　公平　・　不利　＞

＜根拠＞

＜９＞ 最短ルートを探せ！

（１）科目名と単元名

数学Ⅰ「図形と計量」＜空間図形の計量＞

（２）学習内容

ア 空間認識力

イ 余弦定理

（３）教材の目的

① 三角比の有用性の感得

② 展開図の有用性の感得

③ 例題に対する興味・関心を高めること

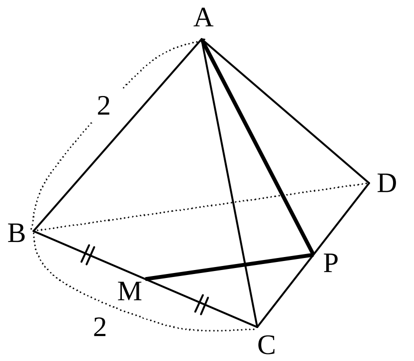
（４）指導時期案

① 空間図形の計量 例題指導時

（５）指導上の留意点

① 立体にして考えた際と，展開図を利用して考えた際の考えやすさの違いをアピールすること

㊐ 一辺の長さが 2 の正四面体 ABCD において，辺 BC の中点 M から，辺 CD 上の点 P を経て，頂点 A に至る最短距離を求めなさい。

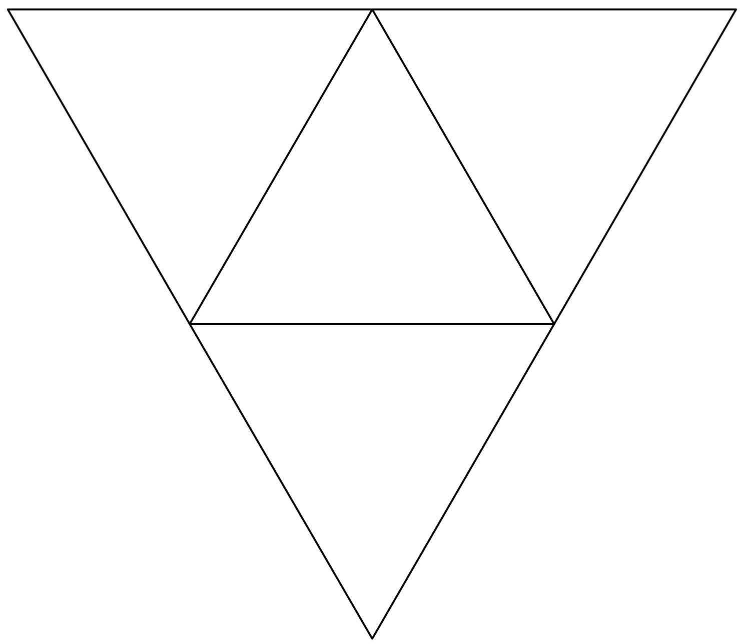


【 授業展開例 】

1　下図のような正四面体の展開図を厚紙に印刷し，切り取ったものを配布する

2　立体を作らせ，最短距離を考えさせる

3　展開図を利用して最短距離が直線となることを理解させ，その距離を求めればよいことを認識させた上で計算させる



＜１０＞ ピザ・カリョー

（1）科目名と単元名

数学Ⅰ「図形と計量」<図形の計量>

（2）学習内容

ア 相似と面積比

（3）教材の目的

① 相似比と面積比の有用性の感得

② 得られた解を基にした判断活動の導入

（4）指導時期案

① 相似と面積比導入時

（5）参考

① 相似と体積比には，UFO キャッチャーのぬいぐるみ等を題材にし，大きさ３倍で重さが２７倍になることを利用した教材等が考えられる。

【 授業プリント例 】

PIZZA KARYO

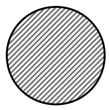
☆今なら増量キャンペーン中☆

・A コース ： お買いあげのピザ もう 1 枚！
・B コース ： お買いあげのピザ 半径 2 倍！

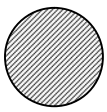
あなたなら・・・(　　　　　　　)コース！

本当におトクなのは・・・(　　　　　　　)コース！

→ もともとのピザの半径が 10 cm とすると，**もともとの面積 100π cm²**



面積　A コース(　　　　　　　　　　)　,　　　B コース(　　　　　　　　　　)



※相似比 1：2 のとき，面積比は 1：(　　) になる！

円の面積：　半径×半径×π　　　　　　　　　半径×半径×π

1　　1　　　　　　　　　　　　2　　2

※ **相似比 a：b のとき，面積比は (　　)：(　　)** になる！

面積：　**たて×よこ**　　　　　　　　　**たて×よこ**

a　　a　　　　　　　　　　b　　b

(例)　相似比 1：3 → 面積比 (　　)：(　　)
相似比 3：5 → 面積比 (　　)：(　　)